3.4. Kompozicija preslikavanja ravnine (IZBORNI SADRŽAJ)

Broj sati: 2

*Udžbenik: stranice 146. – 159.*

**Odgojno – obrazovni ishod**

C.8. Primjenjuje kompoziciju preslikavanja u ravnini. IZBORNI ISHOD

**Međupredmetne teme**

uku A.3.2. Primjena strategija učenja i rješavanje problema

uku A.3.4. Učenik kritički promišlja i vrednuje ideje uz podršku učitelja.

uku B.3.3. Učenik regulira svoje učenje mijenjanjem plana ili pristupa učenju, samostalno ili uz poticaj učitelja.

uku B.3.4. Učenik samovrednuje proces učenja i svoje rezultate, procjenjuje ostvareni napredak te na temelju toga planira buduće učenje.

osr A.3.1. Razvija sliku o sebi.

osr A.3.3. Razvija osobne potencijale.

osr B.3.2. Razvija komunikacijske kompetencije i uvažavajuće odnose s drugima

osr B.3.4. Suradnički uči i radi u timu.

ikt A.3.2. Učenik se samostalno koristi raznim uređajima i programima.

**Tijek nastavnih sati**

* **Translacija, osna simetrija, centralna simetrija i rotacija**

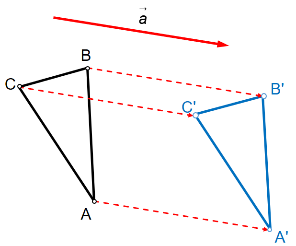
**Aktivnost 1 – Ponavljanje**

Učenici su u petom razredu upoznali osnu i centralnu simetriju, a u sedmom razredu translaciju točaka ravnine. Zajedničko obilježje svih tih preslikavanja jest to što čuvaju udaljenost između točaka.

Učitelj učenicima dijeli listić (*Prilog 1*) i daje upute za istraživanje. Učenici samostalno izvode zaključke (vrednovanje kao učenje). Moguće je uočiti sve tri vrste preslikavanja ravnine koje su učenici do sada spominjali (osnu simetriju, centralnu simetriju, translaciju). Očekuje se da ih učenici uoče i imenuju. Učitelj im pomaže i usmjerava ih ukoliko je potrebno.

Osim navedenih preslikavanja učitelj će potaknuti učenike da uoče kako su određeni motivi slike mogli nastati rotacijom određenih uzoraka.

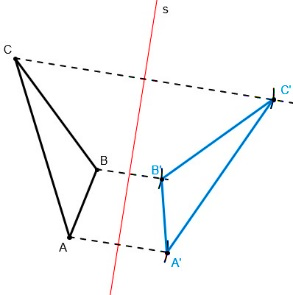
**Aktivnost 2 – Translacija**

Uz razgovor s učiteljem na *Primjeru 16.* učenici ponavljaju kako odrediti sliku zadanog lika pri translaciji za zadani vektor.

**Translacija** je preslikavanje ravnine pri kojem usporedno preslikavamo skupove točaka za istu udaljenost. Smjer, duljinu i orijentaciju translacije određuje vektor kojim je translacija zadana.

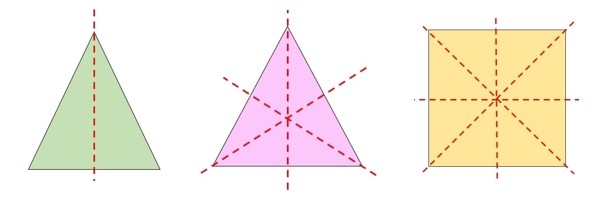
Učenici rješavaju zadatak 134. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 3 – Osna simetrija**

Uz razgovor s učiteljem na *Primjeru 17.* učenici ponavljaju kako odrediti osnosimetričnu sliku zadanog lika s obzirom na zadanu os simetrije (pravac).

Učenici rješavaju zadatke 135. i 136. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

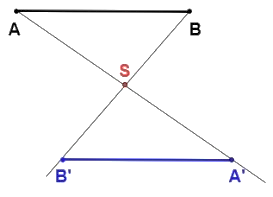
**Aktivnost 4 – Osnosimetrični likovi**

Za lik kažemo da je osnosimetričan ako postoji najmanje jedan pravac (os simetrije) s obzirom na koji se lik preslika u sama sebe.

Učenici rješavaju zadatak 139. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 5 – Centralna simetrija**

Uz razgovor s učiteljem na *Primjeru 18.* učenici ponavljaju kako odrediti centralnosimetričnu sliku zadane dužine s obzirom na zadani centar simetrije (točku).



Učenici rješavaju zadatke 142. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 6 – Što je rotacija?**

Ako zakrenemo neku figuru oko jedne točke u ravnini za zadani kut, kažemo da smo točku preslikali **rotacijom**.

Rotira li figura u ravnini oko neke točke, tu točku nazivamo **središte rotacije** ili **centar rotacije**.

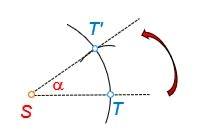
Osim središta, pri rotaciji je važan i **smjer rotacije**. Smjer rotacije u smjeru gibanja kazaljki sata nazivamo negativan smjer rotacije, a smjer rotacije u suprotnom smjeru gibanja kazaljki sata nazivamo pozitivan smjer.

**Aktivnost 7 – Rotacija točke**

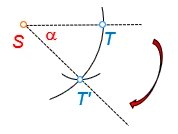
Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 19.* i *Primjeru 20.* učitelj pokazuje što znači rotirati točku i uvodi pojam orijentiranog kuta te kako rotirati točku u negativnom smijeru.

**Orijentirani kut** je kut kod kojeg znamo koji je početni krak, a koji završni krak.

*pozitivno orijetirani kut negativno orijetirani kut*



**+**



**-**

Točka S je središte rotacije.

Kut α je kut rotacije.

**Rotacija** (**zakretanje** ili **vrtnja**) ravnine oko zadane točke *S* za kut *α* je preslikavanje koje svakoj točki *T* ravnine pridružuje točku *T‘* te iste ravnine tako da je  orijentirani kut *α* i .

**Aktivnost 8 – Rotacija dužine i trokuta**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 21. i Primjeru 23.* učitelj pokazuje rotirati dužinu i trokut.

Pri rotaciji ravnine dužina se preslika u sukladnu dužinu, trokut u sukladan trokut.

**Centralna simetrija** je poseban slučaj rotacije za kut od 180°.

Za lik kažemo da je **rotacijsko-simetričan** ako postoji rotacija ravnine kojom se lik preslika u sebe sama.

Učenici rješavaju zadatke 151. i 156. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.1.   
Listići za vrednovanje za učenje: Pr.1. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 1, 2, 3, 4, 5, 8 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Aktivnost 8 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 8 – listići za vrednovanje za učenje

**Razrađeni problemski zadaci, zadaci za poticanje kritičkog razmišljanja, kreativnosti i/ili istraživački zadaci**

* Aktivnost 1 (*Prilog 1*)

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* Dopunski zadatci: 177., 178.
* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 8 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Dodatni zadatci: 179.
* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred –

**Domaća zadaća**

* 136., 140., 143., 147.
* Zadatci za vježbu: 165., 166.
* **Kompozicija preslikavanja ravnine**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje u paru**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o rotaciji (vrednovanje za učenje).

Učenici u paru odgovaraju na pitanje iz rubrike Jeste li razumjeli?

* Što je rotacija?
* Koji kut nazivamo orijentirani kut?
* Čime je određena svaka rotacija ravnine?
* Gdje se nalazi središte rotacije neke točke ravnine i njezine slike?
* Za koje likove kažemo da su rotacijsko-simetrični?
* Opišite rotacije ravnine kojima se pravilan osmerokut preslika u sebe sama.

Zatim slijedi razredna rasprava koju moderira učitelj (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 2 – Što je kompozicija preslikavanja?**

Uzastopna primjena dvaju ili više preslikavanja zove se **kompozicija preslikavanja**.

Uz razgovor s učenicima služeći se slikom iz *Priloga 1* učitelj daje primjere različitih kompozicija preslikavanja čiji je rezultat mogla biti promatrana slika.

Učenici rješavaju zadatak 164. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 3 – Kompozicija preslikavanja trokuta**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 24.* učitelj pokazuje kako odrediti sliku trokuta pri zadanoj konstrukciji.

Učenici rješavaju zadatke 159. i 161. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 4 – Uvježbavanje**

Učenici rješavaju Nastavni listić te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Učenici rješavaju zadatke na e-sferi: Geometrija u ravnini -> Kompozicija preslikavanja ravnine -> Matematika + -> provjera znanja Kompozicija preslikavanja ravnine (kratki kviz) te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 2, 3, 4 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* e-sfera: Geometrija u ravnini -> Kompozicija preslikavanja ravnine -> Matematika + -> provjera znanja Kompozicija preslikavanja ravnine (kratki kviz)
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 4 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Dodatni zadatci: 180. i 181.
* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred -

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 7 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

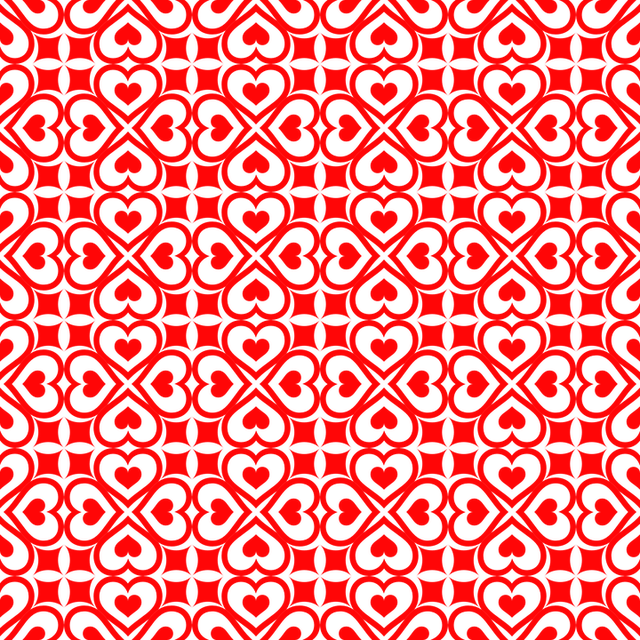
**Domaća zadaća**

* Zadatci za vježbu: 170., 174., 175.
* e-sfera: Geometrija u ravnini -> Kompozicija preslikavanja ravnine -> Matematika + -> provjera znanja Kompozicija preslikavanja ravnine (dugi kviz)

**Prilozi pripremi**

**Prilog 1: Istraživanje – Koje preslikavanje?**

Uočite uzorak ili uzorke koji se ponavljaju i objasnite kako ih „pomicati“ da nastane ova slika. (Zamislite da je prikazan samo dio slike i da se slika beskonačno širi.)

**Primjeri listića za vrednovanje kao učenje, vrednovanje za učenje i vrednovanje naučenoga**

**Vrednovanje kao učenje**

**Primjer 1:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

* Nacrtajte vektor koji je jednak vektoru .

*A*

*B*

*C*

- Nacrtajte trokut i pravac *p* koji ga ne

siječe. Odredite osnosimetričnu

sliku trokuta s obzirom na pravac *p*.

* Nacrtajte krug i točku *S* izvan kruga, a zatim odredite centralnosimetričnu sliku kruga s obzirom na točku *S*.
* Kakve je orijentacije kut iznosa ?

♦ Pitanja:

* Nacrtajte vektor koji je jednak vektoru .

*A*

*B*

*C*

* Nacrtajte krug i pravac *p* koji ga

siječe. Odredite osnosimetričnu

sliku kruga s obzirom na pravac *p*.

* Nacrtajte trokut i točku *S* izvan trokuta, a zatim odredite centralnosimetričnu sliku trokuta s obzirom na točku *S*.
* Kakve je orijentacije kut iznosa ?

**Vrednovanje za učenje**

**Primjer 1:** Kviz (Prilog D)

Tvrdnje:

* Drugi naziv za translaciju je usporedni pomak.
* Ako su točke *A* i *B* centralnosimetrične s obzirom na točku *C* tada je točka *C* polovište dužine .
* Dužina se pri rotaciji preslika u sukladnu dužinu.

Zadatci:

* Nacrtajte kvadrat i pravac *p* koji ga ne

siječe. Odredite osnosimetričnu

sliku kvadrata s obzirom na pravac *p*.

* Istaknite u ravnini točke *T* i *P*. Odredite sliku točke *T* pri njihovu zakretanju oko točke *P* za kut –60°.

**Nastavni listić**

Učenici rješavaju jedan od ponuđenih zadataka crtanjem na papiru formata A4 ili s pomoću računalnog programa dinamične geometrije.

1. Konstruirajte **paralelogram**  *ABCD* ako je zadano:  i 

Paralelogramu *ABCD* odredite centralnosimetričnu sliku s obzirom na vrh *B.*

Paralelogramu *A1B1C1D1* odredite osnosimetričnu sliku s obzirom na pravac *A1C*.

Paralelogram *A2B2C2D2* translatirajte za vektor  .

Paralelogramu *A3B3C3D3* odredite osnosimetričnu sliku s obzirom na pravac *A2A3* .

2. Konstruirajte **kvadrat** *ABCD*  stranice duljine 4 cm.

Kvadratu *ABCD* odredite centralnosimetričnu sliku s obzirom na vrh *B.*

Kvadratu *A1B1C1D1* odredite osnosimetričnu sliku s obzirom na pravac *A1C.*

Kvadrat *A2B2C2D2* rotirajte oko točke *C2* za kut *.*

Kvadrat *A3B3C3D3* translatirajte za vektor .

3. Konstruirajte **jednakostraničan trokut** *ABC* stranice duljine 4 cm.

Trokut *ABC* rotirajte oko vrha *B* za kut *.*

Trokut *A1B1C1* translatirajte za vektor .

Trokutu *A2B2C2* odredite centralnosimetričnu sliku s obzirom na polovište dužine  *.*

Trokutu *A3B3C3* odredite osnosimetričnu sliku s obzirom na pravac *C2B3*.

**Dodatni zadatak**

Konstruirajte **jednakokračni trapez** *ABCD* ako je zadano:  ,  i .

Trapezu *ABCD*  odredite osnosimetričnu sliku s obzirom na pravac *p* koji sadrži vrh *B*, a usporedan je s

dijagonalom .

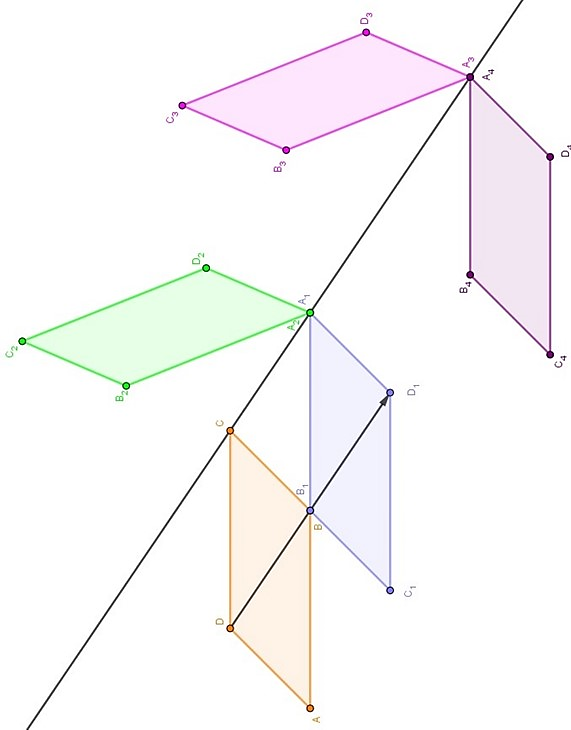
Trapez *A1B1C1D1* translatirajte za vektor .

Trapez *A2B2C2D2* rotirajte oko vrha *B2* za 150°.

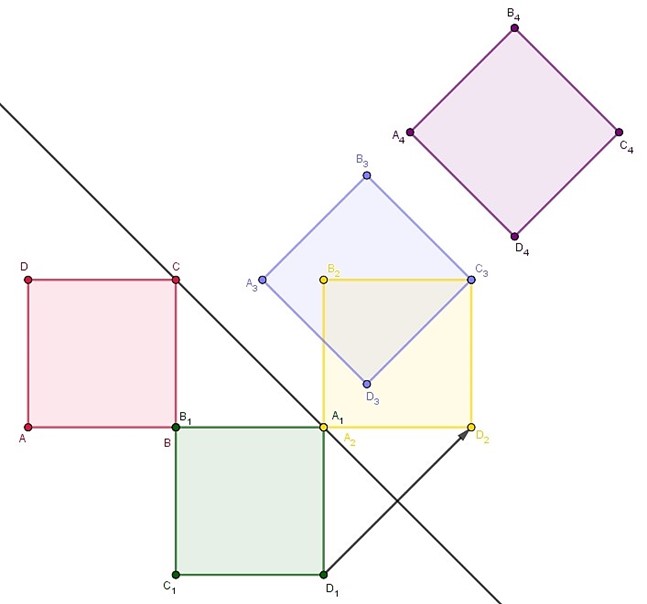
Trapezu *A3B3C3D3* odredite centralnosimetričnu sliku s obzirom na točku *S* koja pripada dužini , a od točke *A3* je udaljena 3 cm.

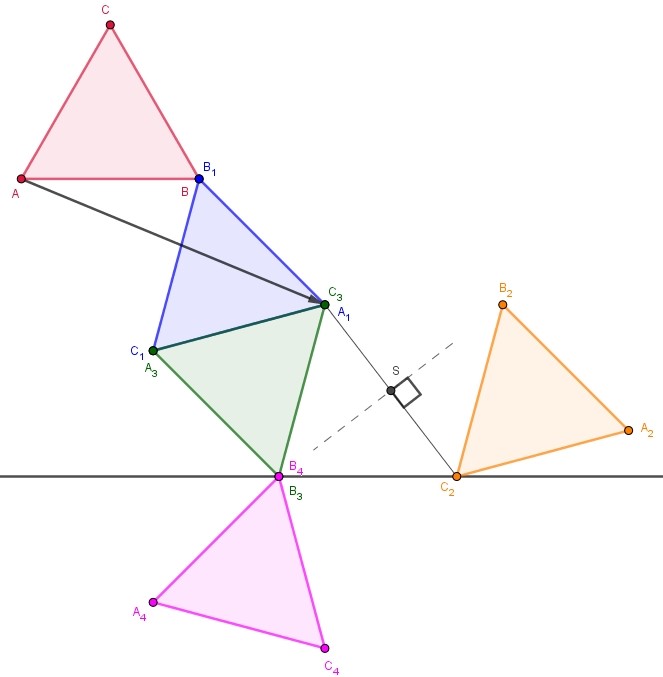
**Rješenja nastavnog listića**

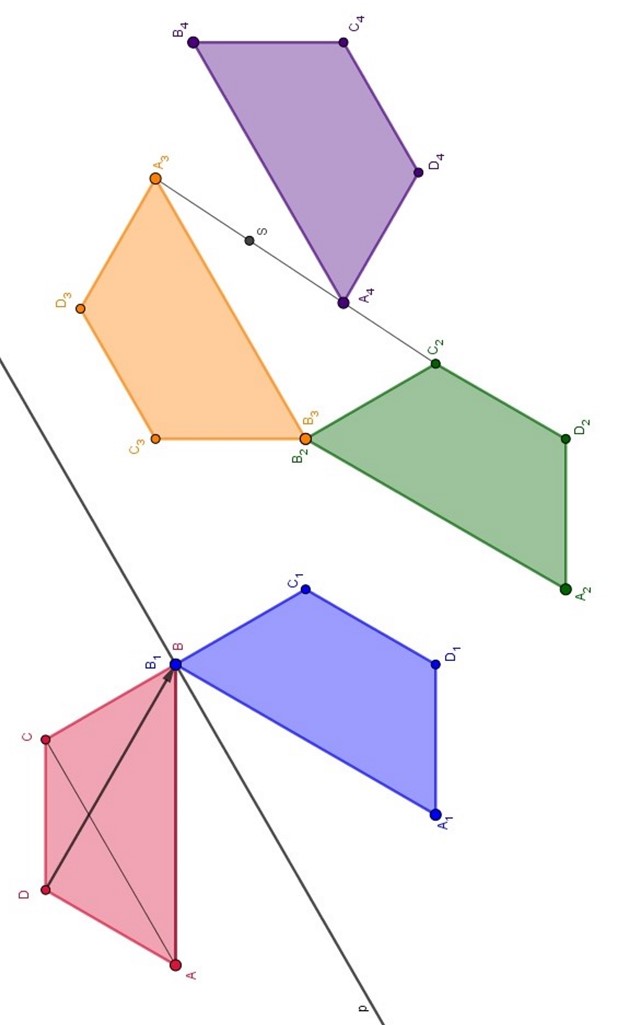
1.



2.



3.

**Rješenja dodatnog zadatka**